**Лабораторная работа № 3**

**«Интерполирование функции многочленом Ньютона и многочленом Лагранжа»**

***Цель работы: з***акрепление знаний и умений по интерполированию функций с помощью многочленов Ньютона и Лагранжа

***Пояснения к работе***

Пусть y является функцией аргумента *x*. Это означает, что любому значению x из области определения поставлено в соответствие значение *y*. На практике часто требуется найти некоторую аналитическую функцию, которая приближенно описывает заданную табличную зависимость. Этой цели служит задача о приближении (аппроксимации). Находят некоторую функцию φ(x), такую, чтобы отклонения ее от заданной табличной функции было наименьшим, φ(x) называется аппроксимирующей.

Интерполяция является частным случаем аппроксимации. Интерполяция– задача о нахождении такой аналитической функции φ(x), которая принимает в точках (узлах) xi заданные значения yi, т. е. аппроксимирующая функция в случае интерполяции проходит через заданные точки. Чаще всего аналитическую функцию φ(x) ищут в виде многочлена, например в виде многочлена Лагранжа и Ньютона.

***Задание***

1. Вычислить значение функции при данных значениях аргумента, оценить погрешность:

а) используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона, в зависимости от значения аргумента;

б) с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, используя формулу для равноотстоящих узлов.

Таблица 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 0,707 | 10,01464 | 1 | 1,057 | 0,8 | 0,654 | 1,1008 | 1,147 |
| 0,742 | 10,21152 |  |  |  |  |  |  |
| 0,777 | 10,32976 |  |  |  |  |  |  |
| 0,812 | 10,44936 | 11 | 0,777 | 1,201 | 0,722 | 1,105 | 0,698 |
| 0,847 | 10,5704 |  |  |  |  |  |  |
| 0,882 | 10,6928 |  |  |  |  |  |  |
| 0,917 | 10,81656 |  |  |  |  |  |  |
| 0,952 | 10,94184 |  |  |  |  |  |  |
| 0,987 | 11,06856 |  |  |  |  |  |  |
| 1,022 | 11,19672 |  |  |  |  |  |  |
| 1,057 | 11,32632 |  |  |  |  |  |  |
| 1,092 | 11,44816 |  |  |  |  |  |  |
| 1,127 | 11,6632 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 1,35 | 17,1946 | 2 | 1,41 | 1,447 | 1,677 | 1,33 | 1,72 |
| 1,38 | 16,6133 |  |  |  |  |  |  |
| 1,41 | 15,9425 |  |  |  |  |  |  |
| 1,44 | 15,1746 | 12 | 1,65 | 1,34 | 1,37 | 1,6 | 1,73 |
| 1,47 | 14,301 |  |  |  |  |  |  |
| 1,5 | 13,3123 |  |  |  |  |  |  |
| 1,53 | 12,1984 |  |  |  |  |  |  |
| 1,56 | 10,9484 |  |  |  |  |  |  |
| 1,59 | 9,5508 |  |  |  |  |  |  |
| 1,62 | 7,9937 |  |  |  |  |  |  |
| 1,65 | 6,2647 |  |  |  |  |  |  |
| 1,68 | 4,351 |  |  |  |  |  |  |
| 1,71 | 2,5555 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 3,5 | 33,1154 | 3 | 3,55 | 3,493 | 4,01 | 3,522 | 4,11 |
| 3,55 | 34,8133 |  |  |  |  |  |  |
| 3,6 | 36,5982 |  |  |  |  |  |  |
| 3,65 | 38,4747 | 13 | 4 | 4,121 | 3,97 | 3,555 | 3,49 |
| 3,7 | 40,4473 |  |  |  |  |  |  |
| 3,75 | 42,5211 |  |  |  |  |  |  |
| 3,8 | 44,7012 |  |  |  |  |  |  |
| 3,85 | 46,9931 |  |  |  |  |  |  |
| 3,9 | 49,4024 |  |  |  |  |  |  |
| 3,95 | 51,9354 |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 54,5982 |  |  |  |  |  |  |
| 4,05 | 57,3975 |  |  |  |  |  |  |
| 4,1 | 60,3403 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 0,01 | 0,991824 | 4 | 0,11 | 0,13 | 0,62 | 0,005 | 0,44 |
| 0,06 | 0,951935 |  |  |  |  |  |  |
| 0,11 | 0,91365 |  |  |  |  |  |  |
| 0,16 | 0,876905 | 14 | 0,46 | 0,008 | 0,08 | 0,48 | 0,64 |
| 0,21 | 0,841638 |  |  |  |  |  |  |
| 0,26 | 0,807789 |  |  |  |  |  |  |
| 0,31 | 0,775301 |  |  |  |  |  |  |
| 0,36 | 0,74412 |  |  |  |  |  |  |
| 0,41 | 0,714193 |  |  |  |  |  |  |
| 0,46 | 0,68547 |  |  |  |  |  |  |
| 0,51 | 0,657902 |  |  |  |  |  |  |
| 0,56 | 0,631442 |  |  |  |  |  |  |
| 0,61 | 0,611242 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 0,101 | 1,26183 | 5 | 0,1535 | 0,164 | 0,109 | 0,09 | 0,106 |
| 0,106 | 1,27644 |  |  |  |  |  |  |
| 0,111 | 1,29122 |  |  |  |  |  |  |
| 0,116 | 1,30617 | 15 | 0,156 | 0,12 | 0,17 | 0,089 | 0,144 |
| 0,121 | 1,3213 |  |  |  |  |  |  |
| 0,126 | 1,3366 |  |  |  |  |  |  |
| 0,131 | 1,35207 |  |  |  |  |  |  |
| 0,136 | 1,36773 |  |  |  |  |  |  |
| 0,141 | 1,38357 |  |  |  |  |  |  |
| 0,146 | 1,39959 |  |  |  |  |  |  |
| 0,151 | 1,41579 |  |  |  |  |  |  |
| 0,156 | 1,43102 |  |  |  |  |  |  |
| 0,161 | 1,4579 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 0,45 | 20,1946 | 6 | 0,488 | 0,46 | 0,44 | 0,567 | 0,577 |
| 0,46 | 19,6133 |  |  |  |  |  |  |
| 0,47 | 18,9425 |  |  |  |  |  |  |
| 0,48 | 18,1746 | 16 | 0,53 | 0,562 | 0,466 | 0,573 | 0,438 |
| 0,49 | 17,301 |  |  |  |  |  |  |
| 0,5 | 16,3123 |  |  |  |  |  |  |
| 0,51 | 15,1984 |  |  |  |  |  |  |
| 0,52 | 13,9484 |  |  |  |  |  |  |
| 0,53 | 12,5508 |  |  |  |  |  |  |
| 0,54 | 10,9937 |  |  |  |  |  |  |
| 0,55 | 9,2647 |  |  |  |  |  |  |
| 0,56 | 7,351 |  |  |  |  |  |  |
| 0,57 | 5,5555 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 0,15 | 4,4817 | 7 | 0,166 | 0,266 | 0,277 | 0,144 | 0,22 |
| 0,16 | 4,953 |  |  |  |  |  |  |
| 0,17 | 5,4739 |  |  |  |  |  |  |
| 0,18 | 6,0496 | 17 | 0,26 | 0,266 | 0,276 | 0,146 | 0,166 |
| 0,19 | 6,6859 |  |  |  |  |  |  |
| 0,2 | 7,3891 |  |  |  |  |  |  |
| 0,21 | 8,1662 |  |  |  |  |  |  |
| 0,22 | 9,025 |  |  |  |  |  |  |
| 0,23 | 9,9742 |  |  |  |  |  |  |
| 0,24 | 11,0232 |  |  |  |  |  |  |
| 0,25 | 12,1825 |  |  |  |  |  |  |
| 0,26 | 13,4637 |  |  |  |  |  |  |
| 0,27 | 13,5123 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.8

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 1,34 | 4,25562 | 8 | 1,3617 | 1,3917 | 1,4 | 1,41 | 1,33 |
| 1,345 | 4,35325 |  |  |  |  |  |  |
| 1,35 | 4,45522 |  |  |  |  |  |  |
| 1,355 | 4,56184 | 18 | 1,32 | 1,345 | 1,353 | 1,388 | 1,41 |
| 1,36 | 4,67344 |  |  |  |  |  |  |
| 1,365 | 4,79038 |  |  |  |  |  |  |
| 1,37 | 4,91306 |  |  |  |  |  |  |
| 1,375 | 5,04192 |  |  |  |  |  |  |
| 1,38 | 5,17744 |  |  |  |  |  |  |
| 1,385 | 5,32016 |  |  |  |  |  |  |
| 1,39 | 5,47069 |  |  |  |  |  |  |
| 1,395 | 5,62968 |  |  |  |  |  |  |
| 1,4 | 5,76999 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 0,04 | 6,942768 | 9 | 0,44 | 2 | 2,5 | 0 | 0,1 |
| 0,24 | 6,663545 |  |  |  |  |  |  |
| 0,44 | 6,39555 |  |  |  |  |  |  |
| 0,64 | 6,138335 | 19 | 2,44 | 0,02 | 2,55 | 0,3 | 1,7 |
| 0,84 | 5,891466 |  |  |  |  |  |  |
| 1,04 | 5,654523 |  |  |  |  |  |  |
| 1,24 | 5,427107 |  |  |  |  |  |  |
| 1,44 | 5,20884 |  |  |  |  |  |  |
| 1,64 | 4,999351 |  |  |  |  |  |  |
| 1,84 | 4,79829 |  |  |  |  |  |  |
| 2,04 | 4,605314 |  |  |  |  |  |  |
| 2,24 | 4,420094 |  |  |  |  |  |  |
| 2,44 | 4,278694 |  |  |  |  |  |  |

Таблица 1.10

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта | Значение аргумента | | | | |
|  |  |  |  |  |
| 2,121 | 5,04732 | 10 | 2,856 | 2 | 3,4 | 2,22 | 3,33 |
| 2,226 | 5,10576 |  |  |  |  |  |  |
| 2,331 | 5,16488 |  |  |  |  |  |  |
| 2,436 | 5,22468 | 20 | 3,5 | 3 | 2,5 | 2 | 2,331 |
| 2,541 | 5,2852 |  |  |  |  |  |  |
| 2,646 | 5,3464 |  |  |  |  |  |  |
| 2,751 | 5,40828 |  |  |  |  |  |  |
| 2,856 | 5,47092 |  |  |  |  |  |  |
| 2,961 | 5,53428 |  |  |  |  |  |  |
| 3,066 | 5,59836 |  |  |  |  |  |  |
| 3,171 | 5,66316 |  |  |  |  |  |  |
| 3,276 | 5,72408 |  |  |  |  |  |  |
| 3,381 | 5,8316 |  |  |  |  |  |  |

2. Найти приближенное значение функции при данных значениях аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана в неравноостоящих узлах таблицы, оценить погрешность

Таблица 2.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта |  |  |
| 0.43 | 1.63597 | 1 | 0.702 | 0.503 |
| 0.48 | 1.73234 | 7 | 0.512 | 0.441 |
| 0.55 | 1.87686 | 13 | 0.645 | 0.602 |
| 0.62 | 2.03345 | 19 | 0.736 | 0.732 |
| 0.70 | 2.22846 |  |  |  |
| 0.75 | 2.35973 |  |  |  |

Таблица 2.2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта |  |  |
| 0.02 | 1.02316 | 2 | 0.102 | 0.222 |
| 0.08 | 1.09590 | 8 | 0.114 | 0.092 |
| 0.12 | 1.14725 | 14 | 0.125 | 0.155 |
| 0.17 | 1.21483 | 20 | 0.203 | 0.111 |
| 0.23 | 1.30120 |  |  |  |
| 0.30 | 1.40976 |  |  |  |

Таблица 2.3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта |  |  |
| 0.35 | 2.73951 | 3 | 0.526 | 0.444 |
| 0.44 | 2.30080 | 9 | 0.453 | 0.613 |
| 0.47 | 1.96864 | 15 | 0.482 | 0.555 |
| 0.51 | 1.78776 |  |  |  |
| 0.56 | 1.59502 |  |  |  |
| 0.64 | 1.34310 |  |  |  |

Таблица 2.4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта |  |  |
| 0.41 | 2.57418 | 4 | 0.616 | 0.444 |
| 0.46 | 2.32513 | 10 | 0.478 | 0.555 |
| 0.52 | 2.09336 | 16 | 0.665 | 0.714 |
| 0.60 | 1.86208 |  |  |  |
| 0.65 | 1.74926 |  |  |  |
| 0.72 | 1.62098 |  |  |  |

Таблица 2.5

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта |  |  |
| 0.68 | 0.80866 | 5 | 0.896 | 0.603 |
| 0.73 | 0.89492 | 11 | 0.812 | 0.777 |
| 0.80 | 1.02964 | 17 | 0.774 | 0.906 |
| 0.88 | 1.20966 |  |  |  |
| 0.93 | 1.34087 |  |  |  |
| 0.99 | 1.52368 |  |  |  |

Таблица 2.6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | № варианта |  |  |
| 0.11 | 9.05421 | 6 | 0.314 | 0.222 |
| 0.15 | 6.61659 | 12 | 0.235 | 0.377 |
| 0.21 | 4.69170 | 18 | 0.332 | 0.123 |
| 0.29 | 3.35106 |  |  |  |
| 0.35 | 2.73951 |  |  |  |
| 0.40 | 2.36522 |  |  |  |

***Содержание отчета***

1. Тема и цель лабораторной работы;

2. Вариант задания на лабораторную работу;

3. Краткие теоретические сведения и описание алгоритма работы программы в виде блок схемы;

4. Листинг разработанной программы с подробными комментариями;

5. Результаты работы программы;

6. Выводы.

***Контрольные вопросы***

* 1. Понятие аппроксимации и интерполирования функций
  2. Интерполяционный многочлен Ньютона
  3. Интерполяционный многочлен Лагранжа

***Литература***

1. Исаков В.Н. Элементы численных методов. Учебное пособие. М.: Академия, 2003.
2. Рыжиков Ю.И. Вычислительные методы. Учебное пособие. Спб.: БХВ-Петербург, 2007.